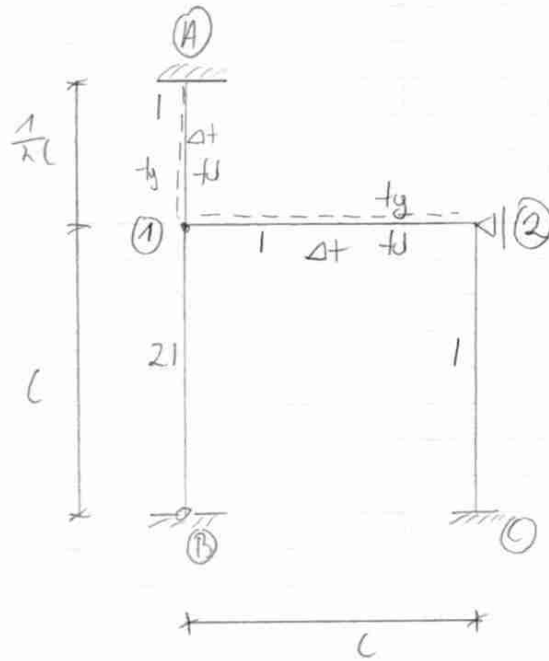


Zad. Rozciągnąć dany układ obciążony termicznie, namę obciążono gradientem temperatury Δt

Dane

$EI, \alpha, \Delta t, h$



1° Określenie stopnia geometrycznej niewyznaczalności układu

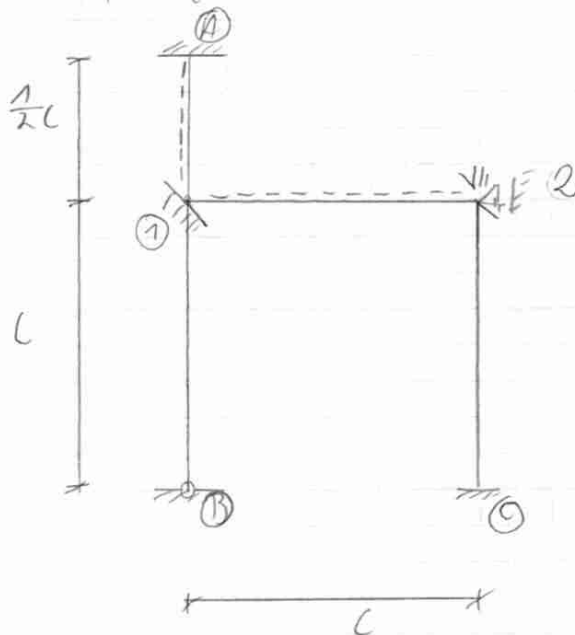
$$n_g = 2 \quad (r_h \text{ i } r_k)$$

- kąt obrotu węzła 1

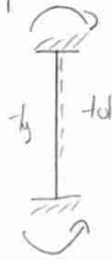
- kąt obrotu węzła 2

2° Sformułowanie układu podstawowego metody przemieszczeń UPMP i

obliczenie przywzrostyjących momentów wyjściowych (al. otr. reaktywnego) - gradient temperatury

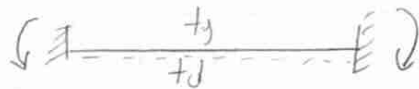


* Element A-1



$$\begin{cases} M_{A1}^0 = EI \frac{2\Delta t}{h} \\ M_{1A}^0 = -EI \frac{2\Delta t}{h} \end{cases} \quad \text{- momenty wywołane od obciążenia temperaturą}$$

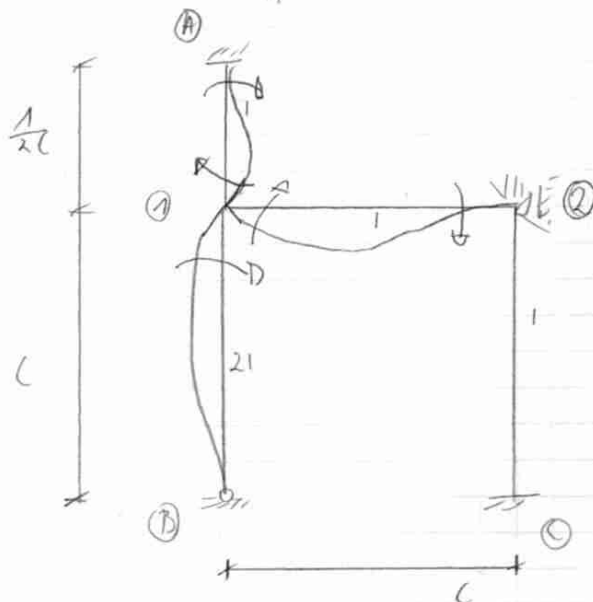
* Element 1-2



$$\begin{cases} M_{12}^0 = -EI \frac{2\Delta t}{h} \\ M_{21}^0 = EI \frac{2\Delta t}{h} \end{cases}$$

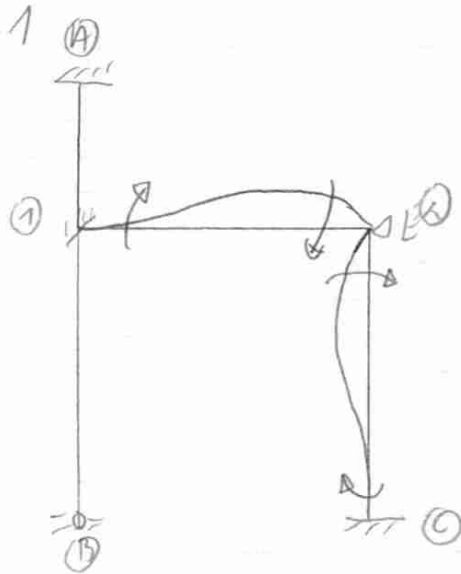
* Pozostałe elementy nie są obciążone a więc momenty wywołane wynoszą zero

3° Wyznaczenie przyrostowych momentów od jednostkowego wymszczenia $P_1 = 1$



$$\begin{aligned} M_{A1} &= \frac{2EI}{C} = \frac{4EI \cdot P_1}{C} \\ M_{1A} &= \frac{4EI}{C} = \frac{8EI}{C} P_1 \\ M_{1B} &= \frac{3EI}{C} = \frac{6EI}{C} P_1 \\ M_{12} &= \frac{4EI}{C} = \frac{4EI}{C} P_1 \\ M_{21} &= \frac{2EI}{C} = \frac{2EI}{C} P_1 \end{aligned}$$

• stan $f_k = 1$



$$M_n = \frac{2EI}{l} = \frac{2EI}{l} P_k$$

$$M_{21} = \frac{4EI}{l} P_k$$

$$M_{23} = \frac{4EI}{l} P_k$$

$$M_{2c} = \frac{2EI}{l} P_k$$

4° Sumaryczne momenty (obciążenie zringtne + wymuszenia jednostkowe)

$$M_{11} = EI \frac{2+\Delta^2}{h} + \frac{4EI}{l} P_k$$

$$M_{12} = -EI \frac{2+\Delta^2}{h} + \frac{8EI}{l} P_k$$

$$M_{13} = \frac{6EI}{l} P_k$$

$$M_{22} = -EI \frac{2+\Delta^2}{h} + \frac{4EI}{l} P_k + \frac{2EI}{l} P_k$$

$$M_{21} = EI \frac{2+\Delta^2}{h} + \frac{2EI}{l} P_k + \frac{4EI}{l} P_k$$

$$M_{23} = \frac{4EI}{l} P_k$$

$$M_{2c} = \frac{2EI}{l} P_k$$

5° Wyznaczenie wartości P_k, l_k

Dysponujemy 2 równaniami równowagi

$$\begin{cases} \sum M_1 = 0 & - \text{równowaga momentów w węzle 1 (wszystkie } M_{2i}) \\ \sum M_2 = 0 & - \text{równowaga momentów w węzle 2 (wszystkie } M_{2i}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum M_1 = -EI \frac{2+\Delta^2}{h} + \frac{8EI}{l} P_k + \frac{6EI}{l} P_k - EI \frac{2+\Delta^2}{h} + \frac{4EI}{l} P_k + \frac{2EI}{l} P_k \\ \sum M_2 = EI \frac{2+\Delta^2}{h} + \frac{2EI}{l} P_k + \frac{4EI}{l} P_k + \frac{4EI}{l} P_k \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2EI \frac{2+\Delta^2}{h} + \frac{10EI}{l} P_k + \frac{2EI}{l} P_k = 0 \\ EI \frac{2+\Delta^2}{h} + \frac{2EI}{l} P_k + \frac{8EI}{l} P_k \end{cases} \quad / \cdot -9$$

$$\begin{cases} -2EI \frac{2+\Delta t}{h} + \frac{18EI}{l} p_1 + \frac{2EI}{l} p_2 = 0 \\ +1 - 9EI \frac{2+\Delta t}{h} - \frac{18EI}{l} p_1 - \frac{72EI}{l} p_2 = 0 \end{cases}$$

$$-18EI \frac{2+\Delta t}{h} - 72 \frac{EI}{l} p_2 = 0 \quad p_2 = -0,1571 \frac{2+\Delta t \cdot l}{hEI^2}$$

$$EI \frac{2+\Delta t}{h} + \frac{2EI}{l} p_1 - \frac{9EI}{l} p_2 = 0$$

$$p_1 = 0,1289 \frac{2+\Delta t \cdot l}{hEI^2}$$

6° Wyznaczenie wartości momentów sumarycznych zależnych od p_1, p_2

$$M_{A1} = EI \frac{2+\Delta t}{h} + 0,1289 \frac{2+\Delta t \cdot l}{h \cdot EI^2} \cdot \frac{4EI}{l} = 1,5136 \frac{2+\Delta t}{h} \cdot EI$$

$$M_{A2} = -EI \frac{2+\Delta t}{h} + 8 \cdot 0,1289 EI \frac{2+\Delta t}{h} = +0,0272 EI \frac{2+\Delta t}{h}$$

$$M_{B1} = 6 \cdot 0,1289 EI \frac{2+\Delta t}{h} = 0,7704 EI \frac{2+\Delta t}{h}$$

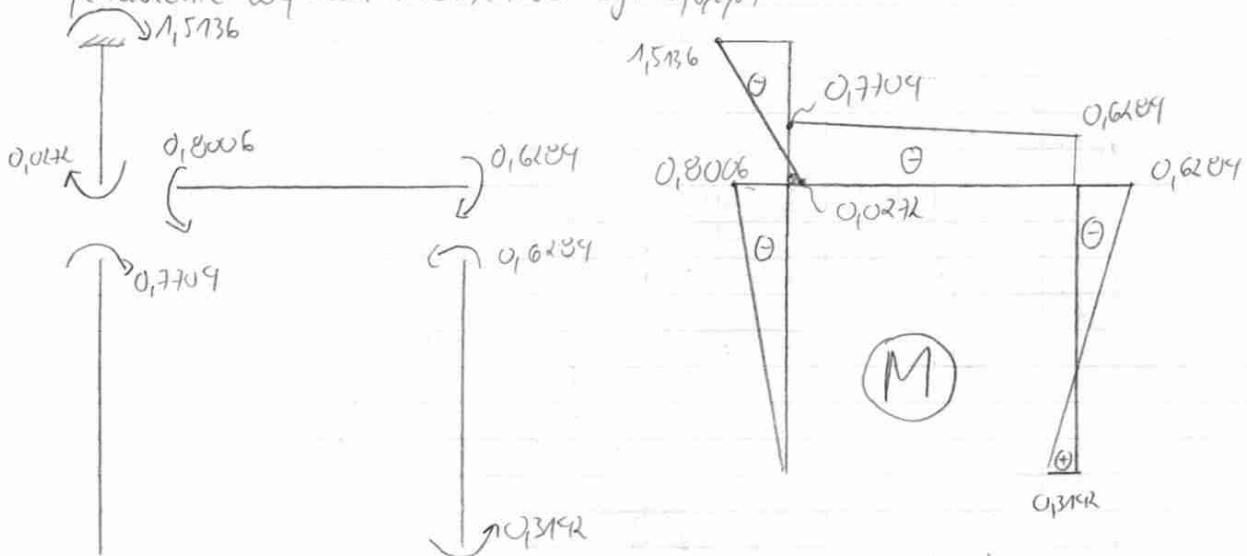
$$M_{B2} = -EI \frac{2+\Delta t}{h} + 4 \cdot 0,1289 EI \frac{2+\Delta t}{h} - 2 \cdot 0,1571 EI \frac{2+\Delta t}{h} = -0,8006 EI \frac{2+\Delta t}{h}$$

$$M_{C1} = EI \frac{2+\Delta t}{h} + (2 \cdot 0,1289 - 4 \cdot 0,1571) \cdot \frac{EI \frac{2+\Delta t}{h}}{h} = 0,6289 EI \frac{2+\Delta t}{h}$$

$$M_{C2} = 4 \cdot (-0,1571) EI \frac{2+\Delta t}{h} = -0,6289 EI \frac{2+\Delta t}{h}$$

$$M_{D1} = -2 \cdot (0,1571) EI \frac{2+\Delta t}{h} = -0,3142 EI \frac{2+\Delta t}{h}$$

7° Wyznaczenie wykresu momentów zginających



(4)