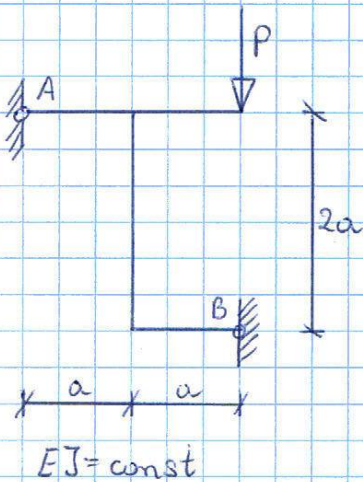
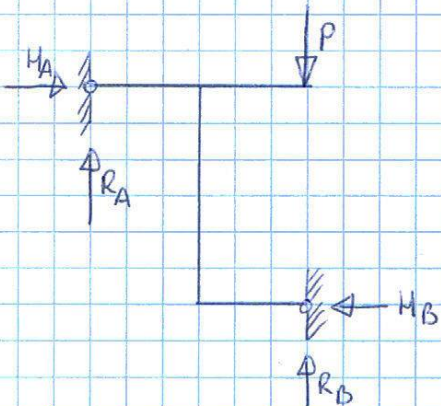


# ZADANIE I

Dla danej ramy wyznaczyć wykresy momentów, sił tnących i normalnych.

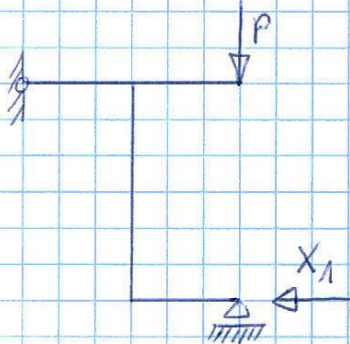


1) Określenie statycznej niewyznaczalności



Mamy do obliczenia 4 niewiedome reakcje, a dysponujemy tylko 3 równaniami równowagi, dlatego nasz układ jest jednokrotnie statycznie niewyznaczalny.

2) Utworzenie układu podstawowego metody sił (UPMS)



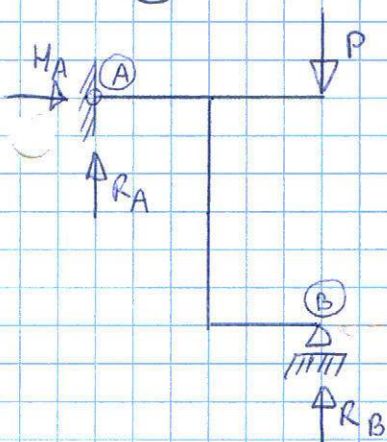
Jedną z niewiedomych zastępujemy nadłisbową,  $X_1 = 1$ , dzięki czemu nasz układ ma już tylko 3 niewiedome reakcje, więc stał się statycznie wyznaczalny (niezyskiwał wartości

$X_1$  obliczymy później). Mówimy, że poprzez usunięcie jednej z nizi podparonych (= zastąpienie jej nadłisbową,  $X_1 = 1$ ) tworzymy tzw. układ podstawowy metody sił (UPMS).  
Możemy usunąć dowolną nież.

### 3) Obciążenie UPMS

W układzie podstawowym rozpatrzemy dwa niezależne stany obciążeni, dla których obliczamy niewiadome reakcje i tworzymy wykresy momentów zginających. Nie rozpatrzemy sił tnących ani normalnych, gdyż w ramach ich wpływu na dokładności rozwiązania jest pomijalnie mały.

#### A) Stan od obciążenie zewnętrznego "0"



$$\sum M_A = R_B \cdot 2a - P \cdot 2a = 0$$

$$\Rightarrow \underline{R_B = P}$$

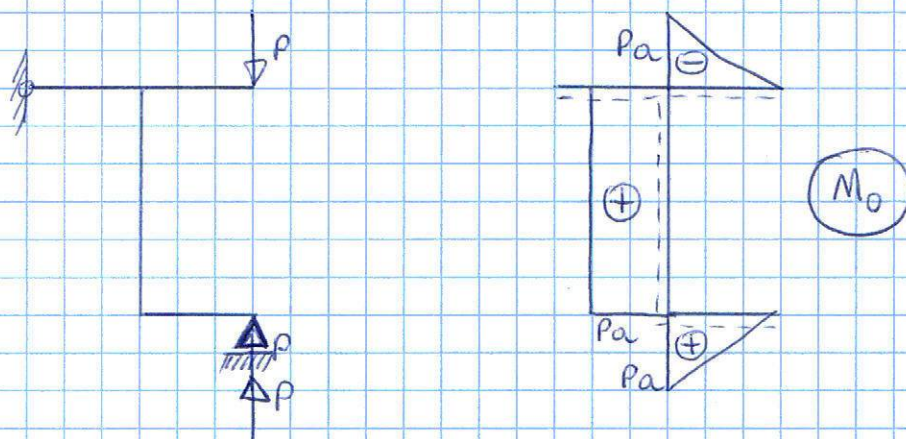
$$\sum P_{iy} = P - R_B - R_A = 0$$

$$P - P - R_A = 0$$

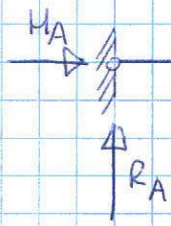
$$\Rightarrow \underline{R_A = 0}$$

$$\sum P_{ix} = \underline{M_A = 0}$$

Wykres momentów od obciążenie zewnętrznego  $\rightarrow M_0$

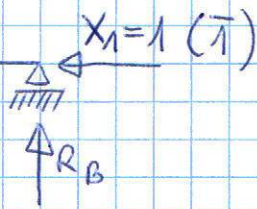


(3) Stan od obciążenia medlisbony,  $X_1 = 1$  ( $\bar{1}$ )



$$\sum M_A = R_B \cdot 2a - 1 \cdot 2a = 0$$

$$\Rightarrow \underline{R_B = 1}$$

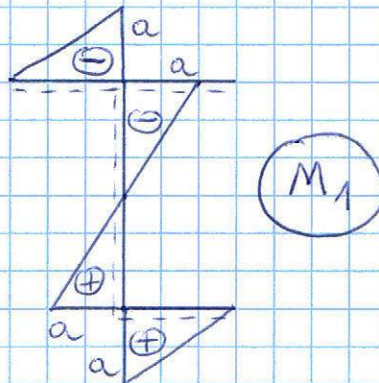
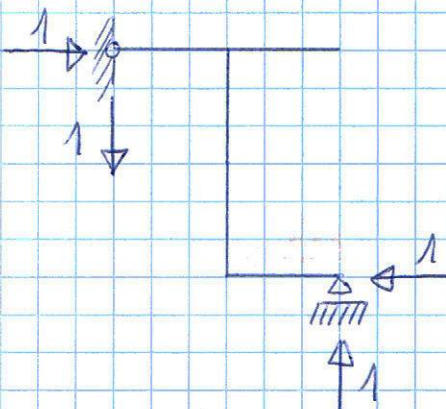


$$\sum P_x = H_A - 1 = 0 \Rightarrow \underline{H_A = 1}$$

$$\sum M_B = R_A \cdot 2a + H_A \cdot 2a = 0$$

$$\Rightarrow \underline{R_A = -H_A = -1}$$

Wykres momentów od obciążenie medlisbony,  $X_1 = 1 \rightarrow M_1$



(4) Równanie zgodności przemieszczeń

Po teoretycznym użyciu więzi podporowej uzyskaliśmy możliwość przesunięcia w kierunku poziomym w punkcie B. Sumaryczna wartość uzyskanego w tym kierunku przemieszczenia jest wynikiem działania obciążenia zewnętrznego ( $\delta_{10}$ ) oraz obciążenia medlisbony  $X_1$  ( $\delta_{11}$ ). W rzeczywistości podpora w punkcie B uniemożliwia przesunięcie, co możemy zapisać równaniem zgodności przemieszczeń

$$\delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$$

W równaniu tym zapisujemy  $X_1$ , gdyż chcemy policzyć jej rzeczywistą wartość.

5) Przemieszczenie w układzie podstawowym  
 Chcąc znaleźć dane przemieszczenia skorzystamy  
 z zasady prac wirtualnych.

Przemieszczenie określimy całkowicie ze sobą

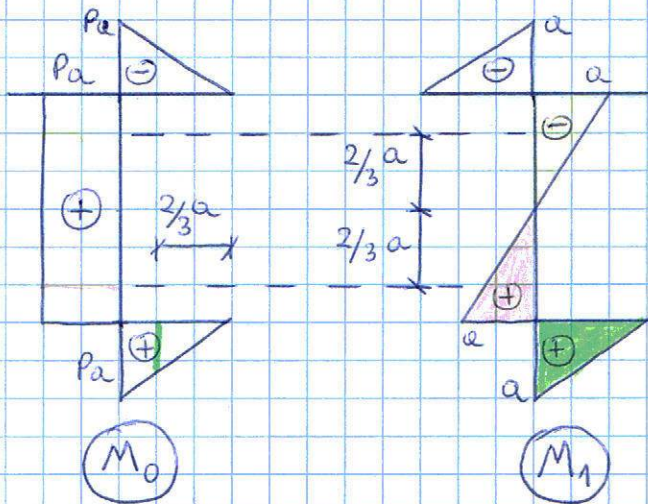
$$\delta = \int_L \frac{M \bar{M}}{EJ} ds$$

wykres momentów dla stanu  
 od obciążenia rzeczywistego ( $M$ )  
 z wykresem momentów dla stanu

od jednostkowego obciążenia wirtualnego ( $\bar{M}$ ),  
 przyłożonego w miejscu i na kierunku poszukiwanego  
 przemieszczenia. Całkowicie przeprowadzimy metodę  
 graficzną.

Przemieszczenia w UPMS

- przemieszczenie poziome w punkcie B wywołane obciążeniem  
 rzeczywistym



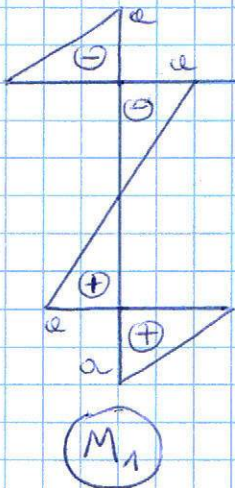
Wykres ( $M_1$ ) jest  
 tutaj wykresem od  
 jednostkowego obciążenia  
 wirtualnego ( $\bar{1}$ ).

Wartość na drugim wykresie  
 w rzędnej środkowej wysokości wykresu,  
 którego pole liczymy

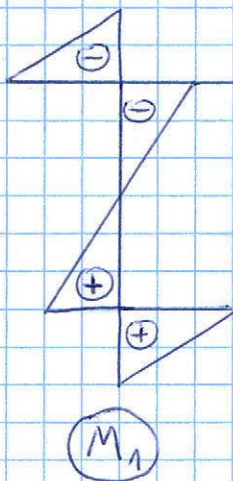
$$\delta_{10} = \int_L \frac{M_0 M_1}{EJ} ds = \frac{1}{EJ} \left[ \underbrace{\frac{1}{2} a (-a) \cdot (Pa)}_{\text{pole pow.}} + \underbrace{\frac{1}{2} a \cdot a \cdot (Pa)}_{\text{pole pow.}} + \underbrace{\frac{1}{2} a \cdot a \left(\frac{2}{3} Pa\right)}_{\text{pole pow.}} \right] =$$

$$= \frac{1}{EJ} \left( -\frac{Pa^3}{2} + \frac{Pa^3}{2} + \frac{Pa^3}{3} \right) = \frac{Pa^3}{3EJ}$$

- przemieszczenie poziome w punkcie B wywołane obciążeniem nadłisbową  $X_1 = 1$



Wykres od obc. nadłisbową  $X_1 = 1$



Wykres od jednostkowego obciążenie wirtualnego  $\bar{1}$ , przyłożonego w miejscu i na kierunku poszukiwanego przemieszczenia

$$\delta_{11} = \int_L \frac{M_1 M_1}{EJ} ds = \frac{1}{EJ} \left[ \frac{1}{2} a(-a) \left( \frac{2}{3} (-a) \right) + \frac{1}{2} a(-a) \left( \frac{2}{3} (-a) \right) + \frac{1}{2} a \cdot a \left( \frac{2}{3} a \right) + \frac{1}{2} a \cdot a \left( \frac{2}{3} a \right) \right] = \frac{4a^3}{3EJ}$$

### 6) Obliczenie nadłisbowej $X_1$ (wartość RZECZYWISTA)

Z równania zgodności przemieszczeń

$$\delta_1 - \delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$$

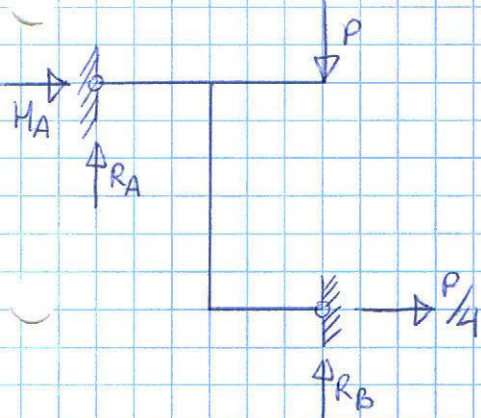
wynika, że

$$X_1 = - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}$$

po podstawieniu

$$X_1 = - \frac{Pa^3}{3EJ} \cdot \frac{3EJ}{4a^3} = - \frac{P}{4}$$

7) Obliczenie pozostałych niewiadomych  
& narysowanie wykresów



$$\begin{aligned} \sum M_A &= P \cdot 2a - R_B \cdot 2a - \frac{P}{4} \cdot 2a = 0 \\ &\Rightarrow R_B = \frac{3P}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum P_{yx} &= P - \frac{3P}{4} - R_A = 0 \\ &\Rightarrow R_A = \frac{P}{4} \end{aligned}$$

$$\sum P_x = H_A + \frac{P}{4} = 0 \Rightarrow H_A = -\frac{P}{4}$$

