

Wyznaczyć wykres momentów zginających, skorzystać z metody sił.

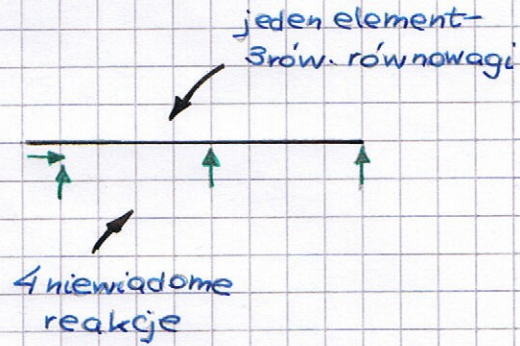
$$EI = \text{const.}$$

ROZWIĄZANIE:

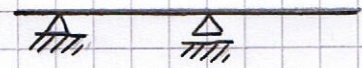
1° Obliczenie stopnia statycznej niewyznaczalności

$$n_s = n - r = 4 - 3 = 1$$

2° Przyjęcie układu podstawowego metody sił - UPMS (usunięcie nadliczbowych więzów)
UPMS przyjmuje w taki sposób, aby wyznaczanie wykresów było jak najprostsze (ekonomia rozwiązania)



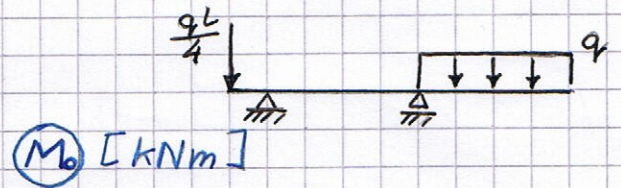
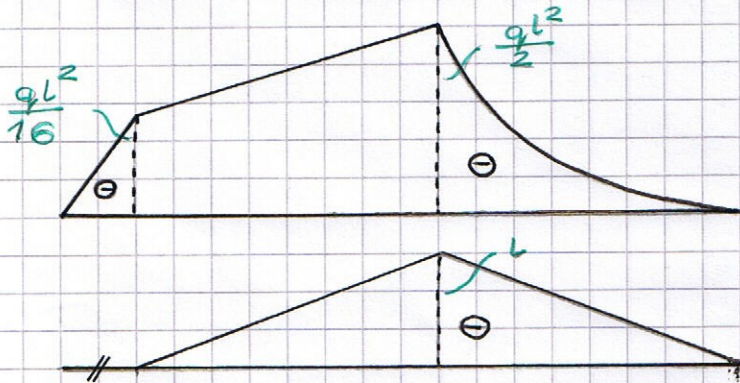
UPMS



3° Wyznaczenie wykresów momentów zginających:

M_0 - UPMS + obciążenie zewnętrzne,

\bar{M} - UPMS + nadliczbową $X_1 = 1$ w miejscu i kierunku usuniętego więzła,

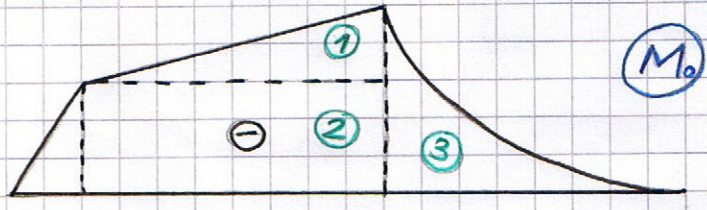


4° Wyznaczenie przemieszczeń (w UPMS):

δ_{10} - wywołane obciążeniem zewnętrznym

δ_{11} - wywołane nadliczbową $X_1 = 1$

$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}\bar{M}}{EI} ds = \frac{1}{EI} \left[2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (-L) \cdot L \right) \cdot \left(-\frac{2}{3}L \right) \right] = \frac{2L^3}{3EI}$$



pole pod wykresem

$$A_1 = \frac{1}{2} \left(-\frac{7ql^2}{16} \right) \cdot L$$

1



$$\frac{ql^2}{2} - \frac{ql^2}{16} = \frac{7ql^2}{16}$$

$$\frac{ql^2}{2}$$

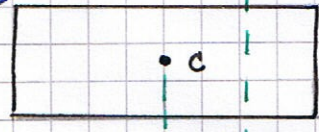
3

$$A_3 = \frac{1}{3} \left(-\frac{ql^2}{2} \right) \cdot L$$

M_0

$$A_2 = \left(-\frac{ql^2}{16} \right) \cdot L$$

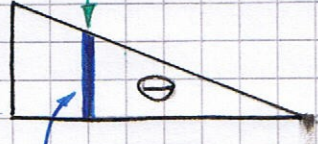
2



$$\frac{ql^2}{16}$$

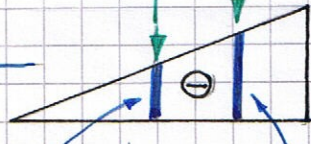
M_0

$$\frac{3}{4}L$$



$$\eta_3 = -\frac{3}{4}L$$

$$\frac{L}{2}$$



$$\eta_1 = -\frac{L}{2}$$

$$\eta_2 = -\frac{2}{3}L$$

M

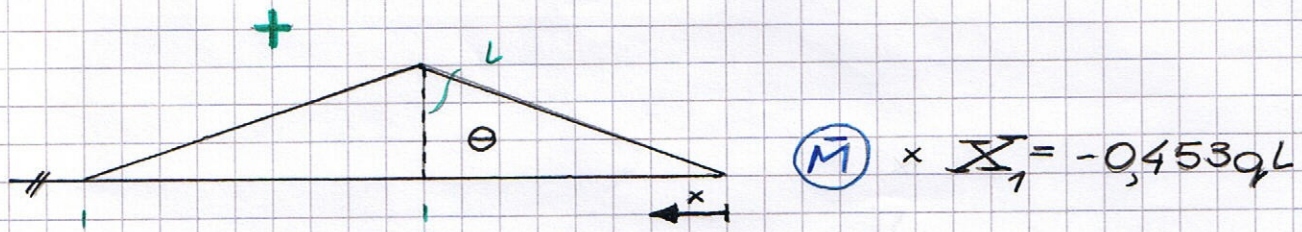
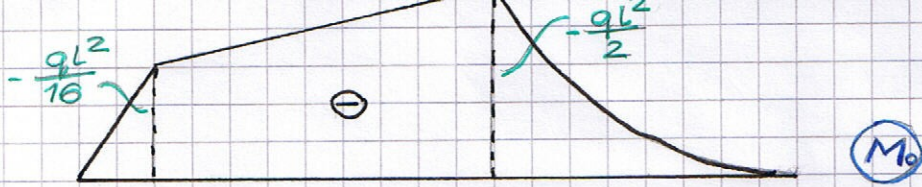
$$\delta_{10} = \int \frac{M_0 \bar{M}}{EI} ds = \frac{1}{EI} \left[\underbrace{\frac{1}{2} \left(-\frac{7ql^2}{16} \right) \cdot L}_{A_1} \cdot \underbrace{\left(-\frac{2}{3}L \right)}_{\eta_1} + \underbrace{\left(-\frac{ql^2}{16} \right) \cdot L}_{A_2} \cdot \underbrace{\left(-\frac{L}{2} \right)}_{\eta_2} + \underbrace{\frac{1}{3} \left(-\frac{ql^2}{2} \right) \cdot L}_{A_3} \cdot \underbrace{\left(-\frac{3}{4}L \right)}_{\eta_3} \right] = \frac{29ql^4}{96EI}$$

5° równanie zgodności przemieszczeń

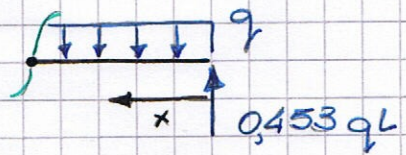
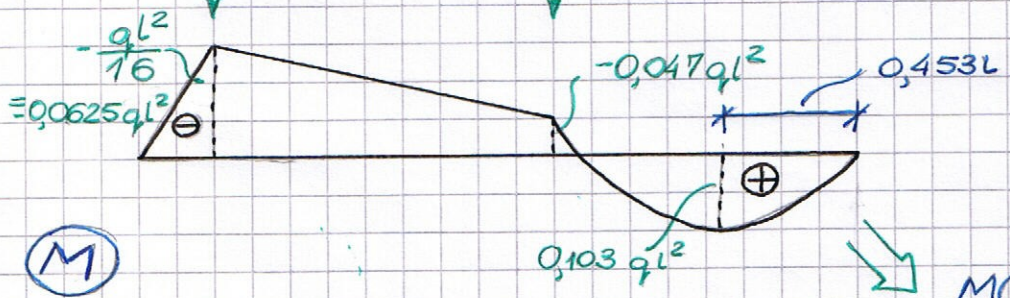
(wyznaczenie nadliczbowej X_1) $\rightarrow [\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0]$

$$\frac{29ql^4}{96EI} + \frac{2l^3}{3EI} \cdot X_1 = 0 \rightarrow X_1 = \frac{29ql^4}{96EI} \cdot \left(-\frac{3EI}{2l^3} \right) = -0,453 ql$$

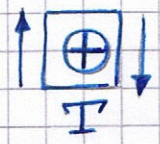
6° Wyznaczenie rzeczywistego wykresu momentów zginających



$-\frac{qL^2}{2} + (-L) \cdot (-0,453qL) = -0,047qL^2$



M
[kNm]



$M(x) = 0,453qL \cdot x - 0,5qx^2$
 $T(x) = -0,453qL + qx$
 $T(x) = 0 \rightarrow x = 0,453L$

$M_{max} = M(x=0,453L) =$
 $= 0,453qL \cdot (0,453L) - 0,5 \cdot q \cdot (0,453L)^2 =$
 $= 0,103qL^2$