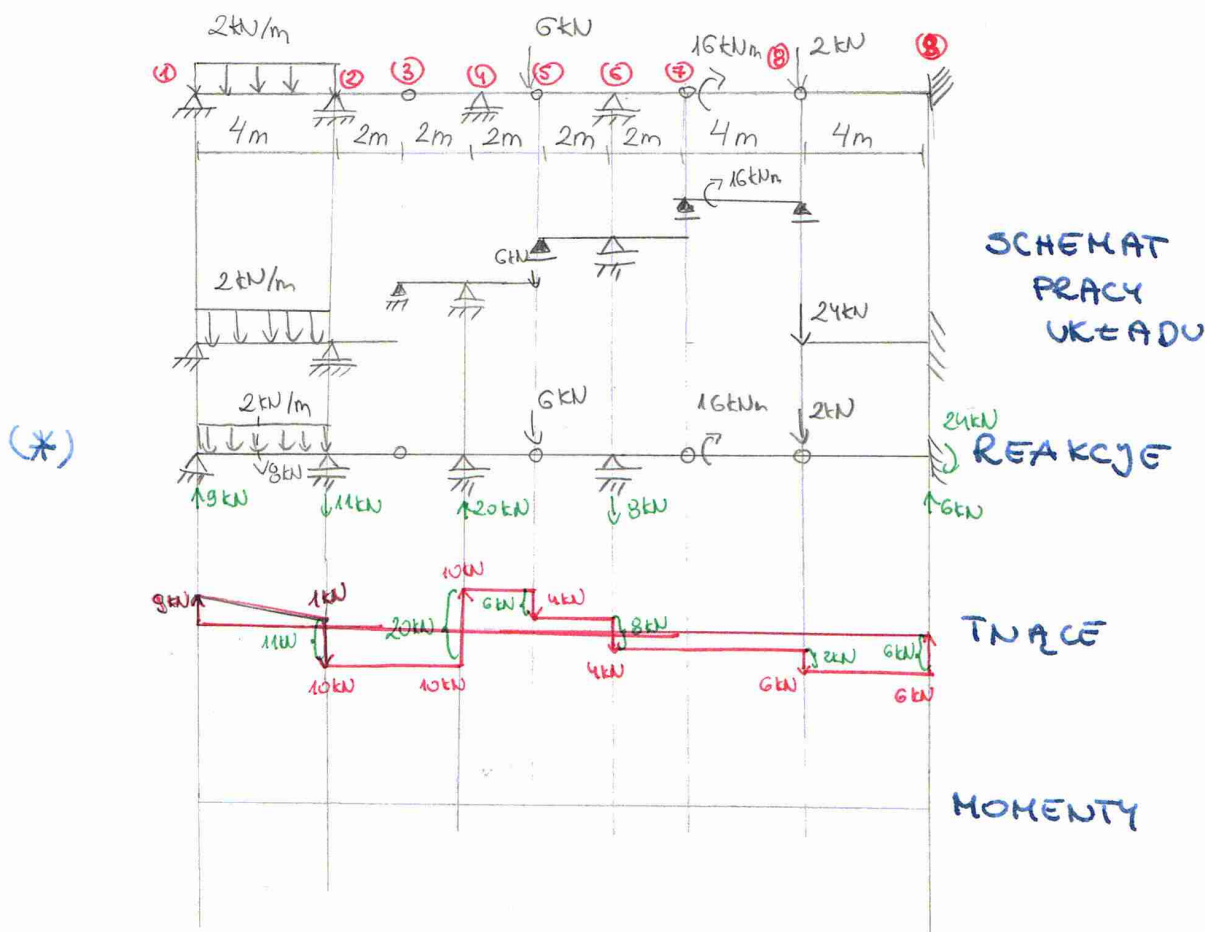


ZADANIE 1

Sporządzić wykresy sił wewnętrznych.



1) SCHEMAT PRACY UKŁADU

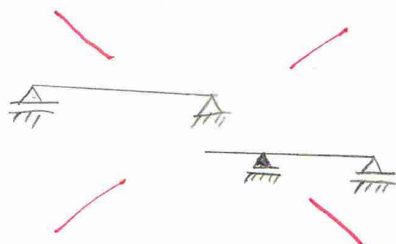
Dokonyjemy myślowo podziału belki ciągłej na szereg belek. Przeguby wewnętrzne belki traktujemy jako "myślowe" podpory, które mogą opierać się tylko na innej części belki.
np.

SCHEMAT



przegub - podpora która opiera się na belce wolnopodpartej

SITUACJA NIEDOPUSZCZALNA



Przegub jest tylko "myślową podporą" więc nie może stanowić oparcia belki bezpośrednio na podłożu.

Pierwszym krokiem przy tworzeniu schematu pracy powinno być wyodrębnienie belek, które są statycznie wygenerowane i mają rzeczywiste podpory. W naszym przypadku są to belki.

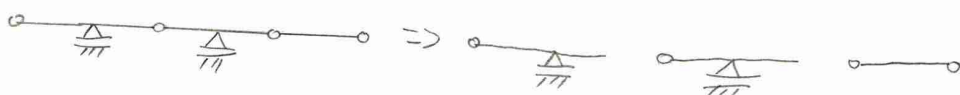


to one stanowić będą oparcia całego układu, więc znajdują się na samym dole w schemacie pracy.

Pozostałą część układu dzielimy na belki, w których przeguby zastępujemy „myślowymi” podporami, w ten sposób aby każdy przegub-oparcie opierał się na belce, a nie na podłożu.

POZOSTAŁY UKŁAD

UKŁAD ROZCIĘTY W PRZETWORACH



Przy podziale musimy pamiętać o tym aby każda składowa belka miała 2 podpory. Mogą to być:

- podpora rzeczywista
- podpora rzeczywista + przegub-oparcie
- 2 przeguby-oparcia

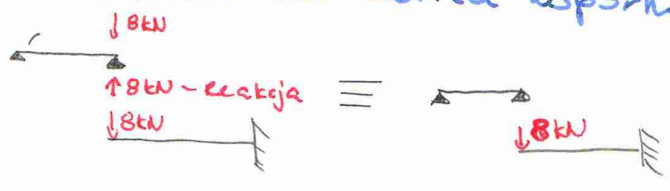
W tym przypadku belka z 2 przegubami będzie na samej górze schematu pracy ponieważ musi się ona opierać tylko na innych belkach, a nie na podłożu.

② REAKCJE PODPOROWE

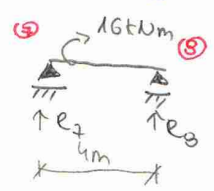
Ich wyznaczenie zaczynamy od samej górnego schematu pracy schodzącej w dół do belek statycznie wyznaczalnych



siły 2kN skupiona przyłożona w przegubie ⑧ możemy umieścić albo na belce ⑦-⑧ (prekaził się ona bezpośrednio w przegub - podporę) lub od razu do końca wspornika.



Reakcje w belce



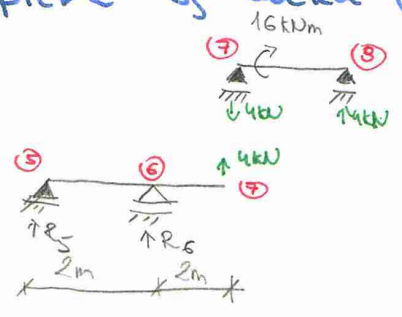
$$\sum M_7 = 0 \Rightarrow 16 \text{ kNm} - R_8 \cdot 4 \text{ m} = 0$$

$$R_8 = \frac{16 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} = 4 \text{ kN}$$

$$\sum M_8 = 0 \Rightarrow 16 \text{ kNm} + R_7 \cdot 4 \text{ m} = 0$$

$$R_7 = \frac{-16 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} = -4 \text{ kN}$$

Następnie rozpatrujemy belki na których opiera się belka ⑦-⑧



Odległymi z belki ⑦-⑧ działają w dół przekazywane na belki ⑤-⑥ skierowane w górę jest odpowiednia wartość na tą reakcję. W ten sposób otrzymujemy równowagę sił w węzle ⑦

$$\sum P_y = 4 \text{ kN} - 4 \text{ kN} = 0$$

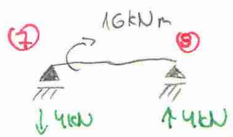
Reakcje (podobnie jak powyżej) siły skupione przyłożone w węzle ⑤ przekazywane bezpośrednio na belki ③-⑤

$$\sum M_5 = 0 \Rightarrow -R_6 \cdot 2 \text{ m} - 4 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = 0$$

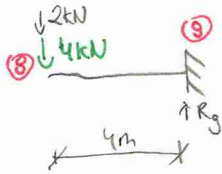
$$R_6 = \frac{-16 \text{ kNm}}{2 \text{ m}} = -8 \text{ kN}$$

$$\sum M_6 = 0 \Rightarrow R_5 \cdot 2 \text{ m} - 4 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = 0 \text{ kN}$$

$$R_5 = \frac{8 \text{ kNm}}{2 \text{ m}} = 4 \text{ kN}$$

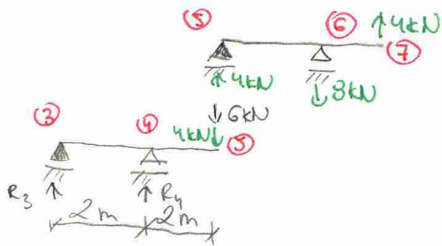


$$R_9 = \sum R = 2 \text{ kN} + 4 \text{ kN} = 6 \text{ kN} \quad - \text{z sumy sił działających pionowo}$$



$$M_9 = -(2 \text{ kN} + 4 \text{ kN}) \cdot 4 \text{ m} = -24 \text{ kNm} \quad - \text{moment utwierdzenia wspornika.}$$

Następnie rozpatrujemy belkę, na której opiera się belka (5)-(6)



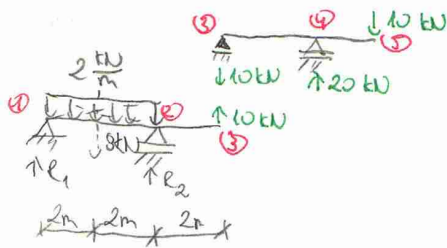
$$\sum M_3 = 0 \Rightarrow (4 \text{ kN} + 6 \text{ kN}) \cdot 4 \text{ m} - R_4 \cdot 2 \text{ m} = 0$$

$$R_4 = \frac{40 \text{ kNm}}{2 \text{ m}} = 20 \text{ kN}$$

$$\sum M_4 = 0 \Rightarrow R_3 \cdot 2 \text{ m} + (4 \text{ kN} + 6 \text{ kN}) \cdot 2 \text{ m} = 0$$

$$R_3 = - \frac{20 \text{ kNm}}{2 \text{ m}} = -10 \text{ kN}$$

Jako ostatnią rozpatrujemy belkę na której opiera się belka (3)-(4)



$$\sum M_1 = 0 \Rightarrow (2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m}) \cdot 2 \text{ m} - R_2 \cdot 4 \text{ m} - 10 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} = 0$$

$$-R_2 = \frac{60 \text{ kNm} - 16 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} = \frac{44 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} = 11 \text{ kN}$$

$$R_2 = -11 \text{ kN}$$

$$\sum M_2 = 0 \Rightarrow R_1 \cdot 4 \text{ m} - (2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m}) \cdot 2 \text{ m} - 10 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = 0$$

$$R_1 = \frac{16 \text{ kNm} + 20 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} = 9 \text{ kN}$$

OSTATECZNY WYNIK

Reakcje wpisujemy tylko w miejscach rzeczywistych podpór. Reakcje, które wygenerujemy dla myślowych podpór służą tylko do rozważania węzłów, ich suma działająca na dany węzeł jest = 0 więc nie wpływają one na wykres sił tnących.

③ SIŁY

Wykres sił tnących wyznaczamy jak dla dowolnej belki, korzystając z układu sił i reakcji podporowych (*)

$$T_1 = 9 \text{ kN} = R_1$$

$$T_2^L = 9 \text{ kN} - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} = 1 \text{ kN}$$

} wykres liniowy - obc. równomiernie pomiędzy punktami ①-②

$$T_2^P = T_2^L - R_2 = 1 \text{ kN} - 11 \text{ kN} = -10 \text{ kN}$$

$$T_3 = T_2 - \text{pomiędzy ② a ③ brak "nowych" sił tnących}$$

$$T_4^L = T_3 = T_2 = -10 \text{ kN}$$

$$T_4^P = T_4^L + R_4 = -10 \text{ kN} + 20 \text{ kN} = 10 \text{ kN}$$

$$T_5^P = T_4^P - 6 \text{ kN} = 10 \text{ kN} - 6 \text{ kN} = 4 \text{ kN} \quad | \quad T_5^L = T_4^P$$

$$T_6^L = T_5^P = 4 \text{ kN}$$

$$T_6^P = T_5^P - 8 \text{ kN} = 4 \text{ kN} - 8 \text{ kN} = -4 \text{ kN}$$

$$T_7 = T_6^P = -4 \text{ kN}$$

$$T_8^L = T_7 = T_6^P = -4 \text{ kN}$$

$$T_8^P = T_8^L - 2 \text{ kN} = -4 \text{ kN} - 2 \text{ kN} = -6 \text{ kN}$$

$$T_9 = T_8^P + 6 \text{ kN} = -6 \text{ kN} + 6 \text{ kN} = 0 \text{ kN} - \text{świadczą to o poprawności równowagi ładunku. - suma sił pionowych} = 0$$

④ MOMENTY

Podobnie jak siły tnące wyznaczamy ze schematu (*) pamiętając, że przy prawidłowym równowaznym ładunku moment w przegubie wynosi ZERO

$$M_1 = 0 \text{ kNm} - \text{podpora przegubowa skrajna}$$

$$M_2 = 9 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot \frac{4 \text{ m}}{2} = 20 \text{ kNm}$$

Wykres pomiędzy punktami ① i ② jest parabolą, ponieważ fragment ten jest obc. obciążeniem równomiernie rozłożonym.

Ponieważ w przedziale ①-② siły tnące nie mają wartości = 0

⑤

to maksymalny moment zginający gdzie w punkcie ② - wartości
 siły tnącej = 1kN (najbliżej zero)

$$M_{③} = 9 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot \left(\frac{4 \text{ m}}{2} + 2 \text{ m}\right) - 11 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = \underline{0 \text{ kNm}} \text{ przegub } \text{!}$$

$$M_{④} = 9 \text{ kN} \cdot 8 \text{ m} - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot \left(\frac{4 \text{ m}}{2} + 2 \text{ m} + 2 \text{ m}\right) - 11 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = -20 \text{ kNm}$$

$$M_{⑤} = 9 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot \left(\frac{4 \text{ m}}{2} + 6 \text{ m}\right) - 11 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} + 20 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = \underline{0 \text{ kNm}} \text{ przegub } \text{!}$$


$$M_{⑥} = 9 \text{ kN} \cdot 12 \text{ m} - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot \left(\frac{4 \text{ m}}{2} + 8 \text{ m}\right) - 11 \text{ kN} \cdot 8 \text{ m} + 20 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - 6 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = 8 \text{ kNm}$$

$$M_{⑦}^< = 9 \text{ kN} \cdot 14 \text{ m} - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot \left(\frac{4 \text{ m}}{2} + 10 \text{ m}\right) - 11 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} + 20 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} - 6 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - 8 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = \underline{0 \text{ kNm}} \text{ przegub } \text{!}$$

ze względu na przystójność z prawej strony przegub moment +

$$M_{⑦}^p = M_{⑦}^< + 16 \text{ kNm} = 0 \text{ kNm} + 16 \text{ kNm} = 16 \text{ kNm}$$

\uparrow
 dodatni -
 - rozciąga pręt



$$M_{⑧} = 9 \text{ kN} \cdot 18 \text{ m} - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot \left(\frac{4 \text{ m}}{2} + 14 \text{ m}\right) - 11 \text{ kN} \cdot 14 \text{ m} + 20 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} - 6 \text{ kN} \cdot 8 \text{ m} - 8 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} + 16 \text{ kNm} = \underline{0 \text{ kNm}} \text{ przegub } \text{!}$$

$$M_{⑨} = 9 \text{ kN} \cdot 22 \text{ m} - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot \left(\frac{4 \text{ m}}{2} + 18 \text{ m}\right) - 11 \text{ kN} \cdot 18 \text{ m} + 20 \text{ kN} \cdot 14 \text{ m} - 6 \text{ kN} \cdot 12 \text{ m} - 8 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} + 16 \text{ kNm} - 2 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = -24 \text{ kNm} = \text{momentowi utwierdzenia wspornika}$$

Poprawności obliczeń potwierdzają

- zerowe wartości momentów w przegubach
- siła tnąca obliczona = reakcji na wsporniku
- obliczony przy utwierdzeniu wspornika moment = momentowi utwierdzenia.