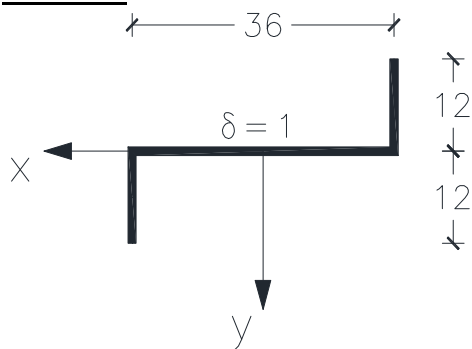


Zadanie 1



Charakterystyki geometryczne:

$$A = 2 \cdot 12 \cdot 1 + 36 \cdot 1 = 60 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{1 \cdot 12^3}{12} + 12 \cdot 1 \cdot 6^2 \right) = 1152 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{1 \cdot 36^3}{12} + 2 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 18^2 = 11664 \text{ cm}^4$$

$$I_{xy} = 2 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 18 \cdot 6 = 2592 \text{ cm}^4$$

$$I_{1,2} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2} \right)^2 + I_{xy}^2} = \frac{1152 + 11664}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1152 - 11664}{2} \right)^2 + 2592^2} = 6408 \pm 5860.375 \text{ [cm}^4\text{]}$$

$$I_1 = 12268.375 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = 547.625 \text{ cm}^4$$

Decyduje minimalny moment bezwładności:

$$I = I_{min} = I_2 = 547.625 \text{ cm}^4$$

Długość wyboczeniowa:

$$l_w = 2H = 2 \cdot 3 = 6 \text{ m} = 600 \text{ cm}$$

Moduł sprężystości:

$$E = 205 \text{ GPa} = 20500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Siła krytyczna:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{l_w^2} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 547.625}{600^2} = 307.776 \text{ kN}$$

Warunek wyboczenia sprężystego:

$$\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{A} = \frac{307.776}{60} = 5.1296 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 51.296 \text{ MPa} < 180 \text{ MPa} = \sigma_{pr}$$

Płaszczyzna wyboczenia jest płaszczyzną wyznaczoną przez oś słupa oraz ślad płaszczyzny wyboczenia (oś 1).

$$\operatorname{tg} 2\varphi_0 = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} = \frac{2 \cdot 2592}{1152 - 11664} = -0.493$$

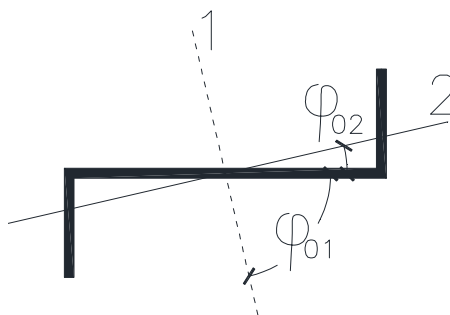
$$2\varphi_0 = \operatorname{arctg}(-0.493) = -26.25^\circ$$

$$\varphi_0 = -13.13^\circ = -13^\circ 08'$$

$$\begin{matrix} (-) & (+) \\ (I_x - I_y) \cos 2\varphi_0 < 0 \Rightarrow \min \end{matrix}$$

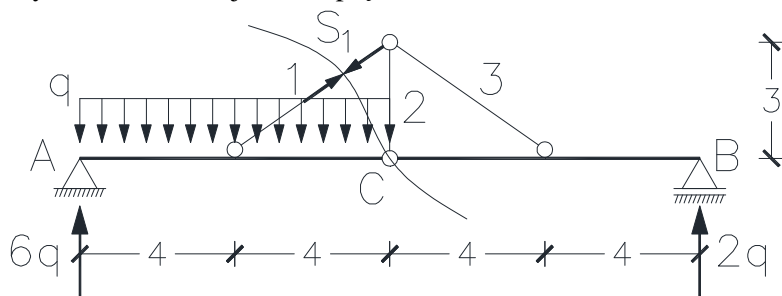
$$\varphi_{02} = -13.13^\circ = -13^\circ 08'$$

$$\varphi_{01} = 76.87^\circ = 76^\circ 52'$$

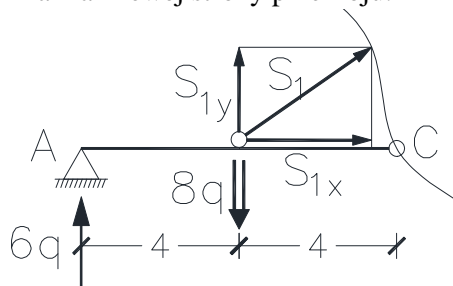


Zadanie 2

Wyznaczenie reakcji i sił w prętach.



Analiza z lewej strony przekroju:



$$\sum M_C^L = 6q \cdot 8 - 8q \cdot 4 + S_{1y} \cdot 4 = 0 \Rightarrow S_{1y} = -4q$$

$$S_1 = \frac{5}{3} \cdot (-4q) = -\frac{20}{3}q$$

Analiza węzła górnej części kratowej:



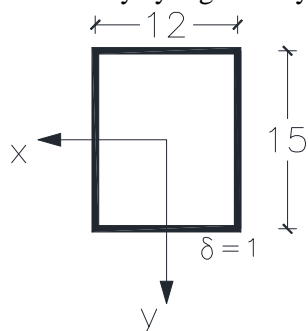
$$\sum P_x = \frac{4}{5}S_1 - \frac{4}{5}S_3 = 0 \Rightarrow S_3 = S_1 = -\frac{20}{3}q$$

$$\sum P_y = \frac{3}{5}S_1 + \frac{3}{5}S_3 + S_2 = 0 \Rightarrow S_2 = -\frac{3}{5}S_1 - \frac{3}{5}S_3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{3}q + \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{3}q = 8q$$

Należy rozważyć ekstremalną siłę ściskającą:

$$S_{extr} = |S_3| = |S_1| = \frac{20}{3}q$$

Charakterystyki geometryczne:



$$A = 2 \cdot 12 \cdot 1 + 2 \cdot 15 \cdot 1 = 54 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{1 \cdot 15^3}{12} + 12 \cdot 1 \cdot 7.5^2 \right) = 1912.5 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 2 \cdot \left(\frac{1 \cdot 12^3}{12} + 15 \cdot 1 \cdot 6^2 \right) = 1368 \text{ cm}^4$$

Obliczone wartości momentów bezwładności są momentami głównymi (przekrój bisymetryczny). Wartość minimalna:

$$I_{min} = I_y = 1368 \text{ cm}^4$$

Długość wyboczeniowa:

$$l_w = l = 5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$$

Moduł sprężystości:

$$E = 200 \text{ GPa} = 20000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Siła krytyczna:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{l_w^2} = \frac{\pi^2 \cdot 20000 \cdot 1368}{500^2} = 1080.130 \text{ kN}$$

Warunek wyboczenia sprężystego:

$$\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{A} = \frac{1080.130}{54} = 20.0024 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 200.024 \text{ MPa} < 240 \text{ MPa} = R_{pr}$$

Wartość dopuszczalna obciążenia:

$$S_{extr} = \frac{20}{3} q \leq 1080.130 = P_{kr} \text{ [kN]} \\ \Rightarrow q \leq 162.020 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$